

# 統計学の視点から眺める学際研究： プラズマ物理との接点を通じて

奥野彰文<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup>統計数理研究所   <sup>2</sup>総合研究大学院大学   <sup>3</sup>理化学研究所



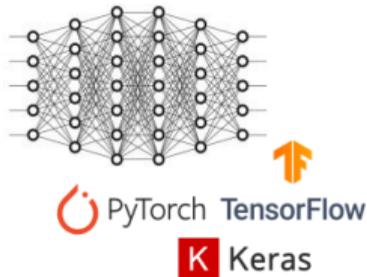
<https://okuno.net/slides/2025-08-mirai.pdf>

# 自己紹介

# 自己紹介



おくの あきふみ  
奥野 彰文  
博士(情報学)



ニューラルネット (深層学習)



(DALL-E3によるイメージ図)

伝統的な統計学

小サンプル領域での機械学習手法研究

- ▶ 統数研・総研大助教 (PI)
- ▶ 統計・機械学習の手法開発をしています。

# 統計のコミュニティ ≠ 機械学習のコミュニティ



## 統計学

小サンプル  
単純モデル  
精密な理論保証

線形回帰モデル,  
信頼度評価, 漸近正規性, ...

実は溝がある



## 機械学習

ビッグデータ  
巨大モデル  
ラフな理論保証

大規模言語モデル (LLM),  
深層学習 (Deep Learning), ...

- ▶ 実は違うコミュニティ：統計学会/IBIS/人工知能学会/情報処理学会, 等...
- ▶ (私は両方に所属している少数派です)

# 統計数理研究所とは

- ▶ 統計数理の研究所です（自明）



- ▶ 統計に関わる数理や、その応用に関する大学共同利用機関です。

▶ 「統計学」版の核融合研とさせていただければ…



図: 総研大のページ(<https://www.soken.ac.jp/prog/index.html>)より.

# 核融合研と統数研の関わり

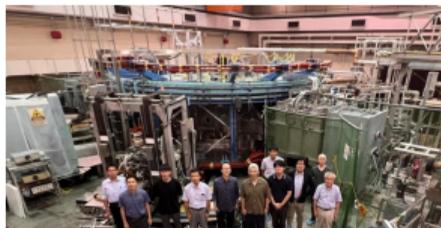
- ▶ 数十年前には普通に交流があったらしい(?)
- ▶ 横山雅之先生@核融合研が統数研にお越しくくださった
- ▶ 情報システム研究機構，戦略的研究プロジェクト（2022年6月～2025年3月）



📄: <https://statplasma.github.io>

- ▶ 自然科学研究機構，OPEN MIX LAB（2025年4月～）

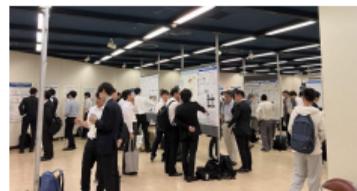
# 3年間での交流（抜粋）



ヘリオトロン装置見学会@京大



研究集会@統数研



エネルギー連合講演会



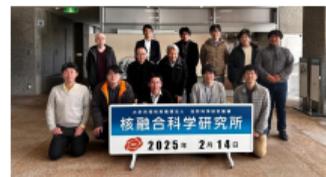
プラズマ企画セッション@統計学会



データ駆動企画セッション@プラ核学会



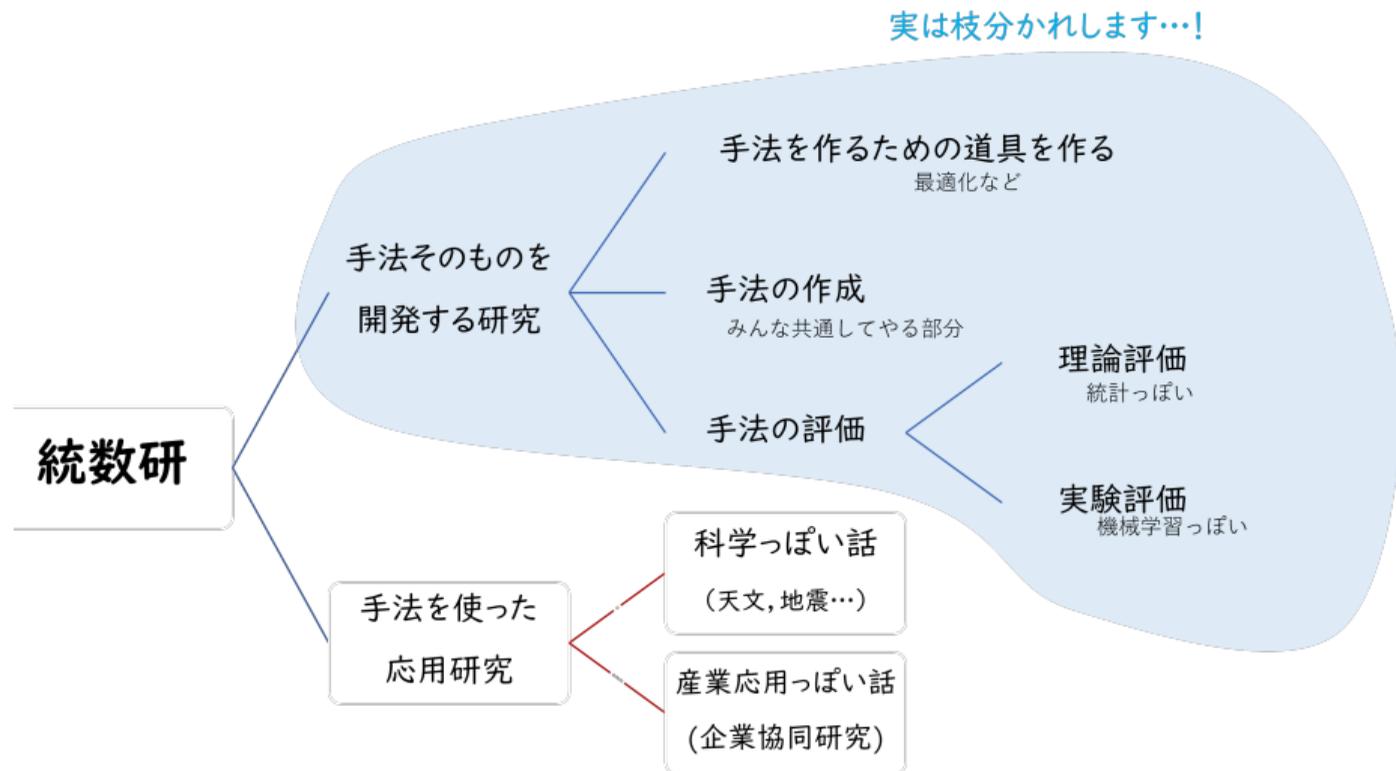
PANTA見学会@九大



研究集会@核融合研

▶ 個人的には、研究打ち合わせ@京大桂，京大宇治，日大津田沼，etc...

# 統数研では何が研究されているのか



データ解析は  
車の運転のようなもの



解析できる人は  
増えてきた

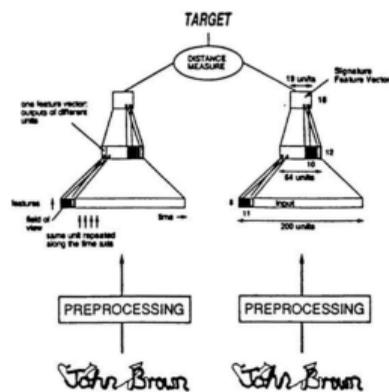
手法研究者は  
車を調整するエンジニア



ほとんどいない

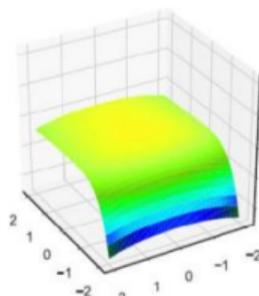
# 手法研究の例 (1/3)

- ▶ Okuno, Kim, and Shimodaira, AISTATS2019.
- ▶ Kim, Okuno, Fukui, and Shimodaira, IJCAI2019.

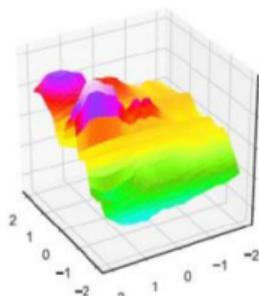


(a) Siamese Neural Network

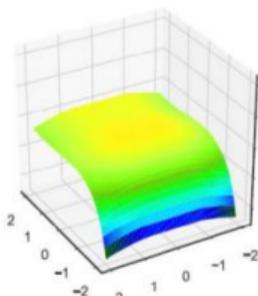
真の関数 (CPD)



既存モデル (IPS)



提案モデル (SIPS)

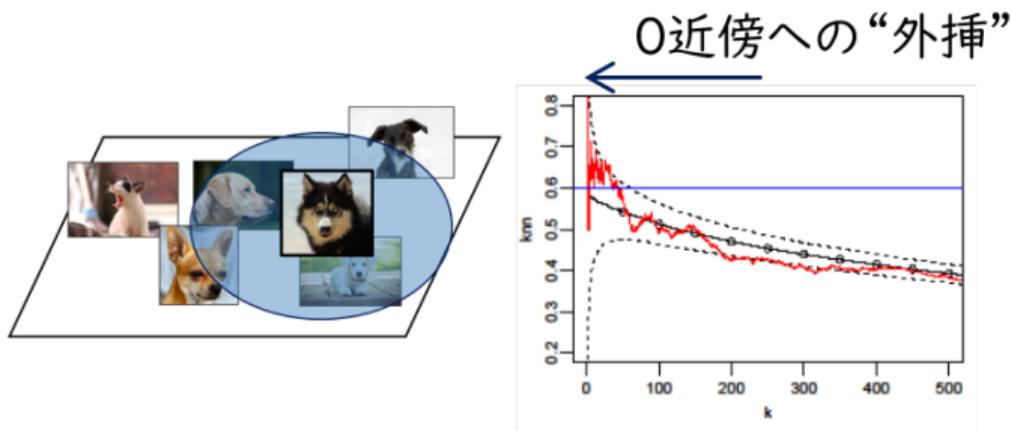


(b) 既存NNでは“近似できない”ことを証明.

- ▶ “推定が可能かどうか”の判定には数学的な知識が役立つ.

## 手法研究の例 (2/3)

- ▶ Okuno and Shimodaira, NeurIPS2020.



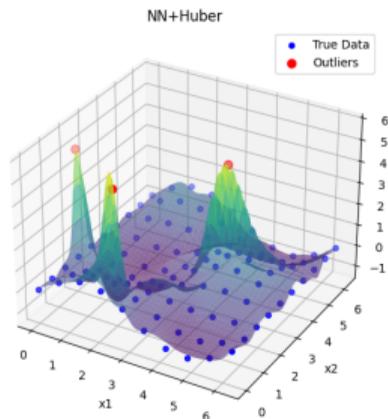
- ▶ 仮想的な0近傍法は最適レートを達成することを証明：いくつかの仮定の下で，

$$\mathcal{E}(\hat{g}_{n,k}^{(0)}) = O(n^{-(1+\alpha)\beta/(2\beta+d)}).$$

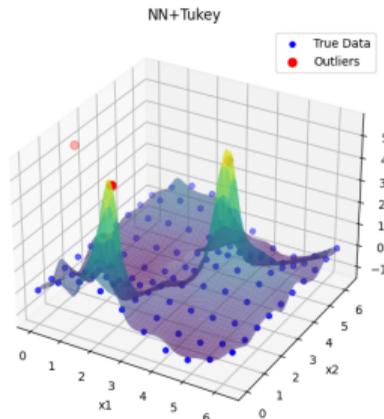
- ▶ 一部のデータに“負の重み”をかけることと対応.

# 手法研究の例 (3/3)

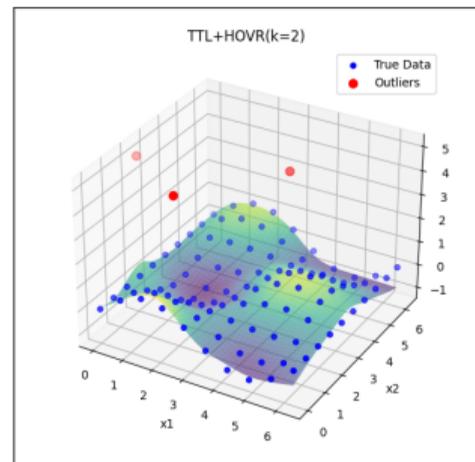
- ▶ Okuno and Yagishita, Under review.



(a) 既存法



(b) 既存法



(c) ★提案法

- ▶ 外れ値/異常値に強い，ニューラルネットの効率的学習 + その証明.
- ▶ きちんと確認しないと，実際の解析でもこういう問題が起こっているかも…

- ▶ データ解析で“遭難”しないよう，サポートできればと思っています。
- ▶ 場合によっては，車をデザインするところから…



- ▶ 日本語での論文解説 (<https://okuno.net/#tutorial-ja>)

学際的な共同研究について  
プラズマ物理との接点を通じて

# 手法研究側からも注目を集めつつあります



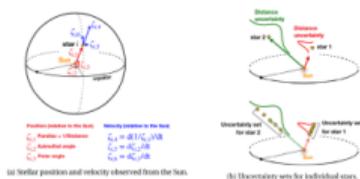
図: 昨年のIBIS企画セッション「サイエンスと機械学習」にて

- ▶ 皆さん何かやりたそう, という感じではあります. が参入障壁は高め…

# とりあえず始めてはみた

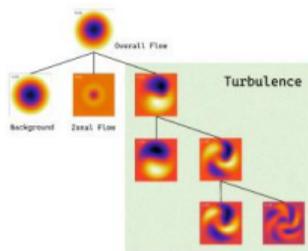
- ▶ 知り合いを作り、お互いの「言葉」をすり合わせるところから始まる…

天体観測の不確実性を考慮した  
楽観的なクラスタリング  
(天文学者との共同研究)



Hattori, Okuno, and Roederer (ApJ2023)  
Okuno and Hattori (AISM2025)

プラズマ乱流の分解など  
(プラズマ物理学者との共同研究)



Okuno et al. (PFR2024)  
Okuno and Sasaki. (PoP2025)



企業共同研究 (原稿準備中)

鉱物化学における組成データの統合



共同研究プロジェクトが開始  
(戦略プロジェクト採択)

- ▶ いろいろ話があった中で、プラズマ乱流の分解は迅速に論文化できた。

# 戦略プロジェクトの走り

- ▶ 2022年6月に初会合があり，以降何度か集会があった。
- ▶ 森下侑哉さん@京大に声をかけられる．本武陽一さん@一橋大と3人で雑談になる。

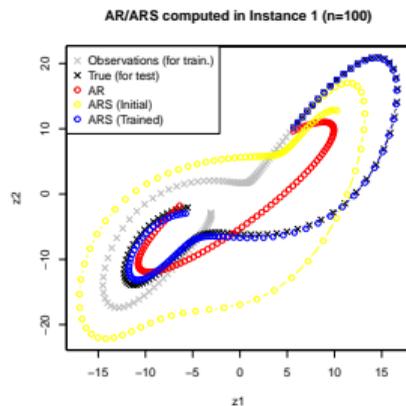
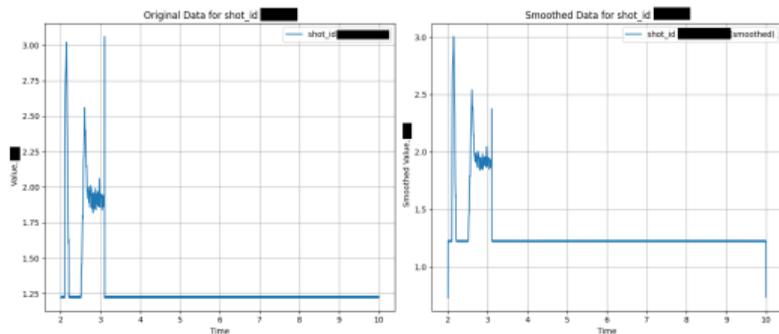


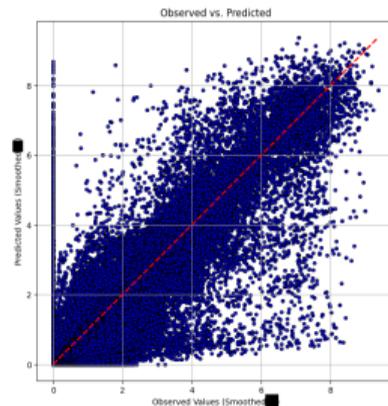
図: 部分的な観測からの力学系復元

- ▶ Okuno, Morishita, and Mototake, IEEE Access 2024.
- ▶ 数週間前に相談を受けた話が，この研究とも関係しそう。

- ▶ 諸々の場所からデータをご提供いただいている。作業中。  
(森下先生@京大, 劔持先生@核融合研, 稲垣先生@京大, など…)



(a) いただいた波形データ (例)



(b) LSTMを組んで予測してみたが…

- ▶ 小林進二先生にいろいろ教えていただいたり。 (@物理学会領域11)

宇宙統計加速の実験室模擬で観測されるベキ分布の形成要因に関する考察 (15分)

京大工ネ理工研, 一橋大<sup>A</sup>, 統数研<sup>B</sup>, 京大工ネ科<sup>C</sup>

小林進二, 本武陽一<sup>A</sup>, 奥野彰文<sup>B</sup>, 山戸瞭雅<sup>C</sup>, 長崎百伸, 稲垣滋, 畑知秀<sup>C</sup>, 中村祐司<sup>C</sup>, 門信一郎, 金史良, 松山顕之<sup>C</sup>, 木島滋, 水内亨

- ▶ という感じでフラフラしていたら知り合った佐々木先生@日大



☒: 何度もお邪魔した日本大学（津田沼キャンパス）

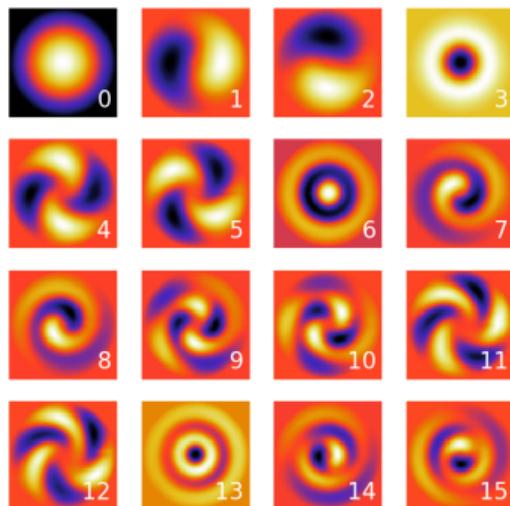
- ▶ 佐々木先生，古田原さんとの共同研究が始まった。

## 背景 (1/2)

- ▶ 以下、佐々木グループの研究の中核ストーリー：
- ▶ 核融合プラズマの特性は乱流に支配されており、動的現象の理解が喫緊の課題。
  - ▶ 本研究では二次元のプラズマ乱流シミュレーションにより得られた、静電ポテンシャル $\phi(x, y, t)$ を考える。
  - ▶ 乱流を直接的に扱うことは難しい。ので分解をしたい。
- ▶ 単純なフーリエ展開では多くの自由度(基底)が生じる。
  - ▶ 分解の粒度が細かすぎて、内部の挙動を理解することは困難。
- ▶ 動的モード分解 (Sasaki et al. PPCF2019) やニューラルネット (Jajima et al. PPCF2023) を利用した解析手法が報告されている。

## 背景 (2/2)

- ▶ 特異値分解 (SVD) を利用して乱流を分解し, その過程を解析するアプローチが提案されている (Sasaki et al. PPCF2019; Kodahara et al. PFR2023).
- ▶ SVDでも多くの自由度(基底)が残る.



- ▶ 本研究では「乱流の分解」を体系的に扱う方法を考える.

# 静電ポテンシャルの分解

- ▶ 乱流 (静電ポテンシャル)  $\phi(x, y, t)$  をそのまま扱うのは難しいので、独立な要素  $\phi_1, \phi_2, \dots$  に分解:

$$\phi(x, y, t) = \sum_{j \geq 0} \phi_j(x, y, t).$$

## 特異値分解 (a.k.a., 主成分分析)

$$\phi_j(x, y, t) = s_j \Psi_j(x, y) h_j(t). \quad (1)$$

$s_j$  は特異値 (要素  $j$  の重要度),  $\Psi_j(x, y)$  は空間構造,  $h_j(t)$  は時間発展を表す.

- ▶ プラズマ業界では(1)型の分解を特に Proper Orthogonal Decomp. (POD) と呼ぶ.
- ▶ 実際にはシミュレーションの観測値から離散的に計算する.

## より詳細な構造 $\Psi_j(x, y)$ のリスト

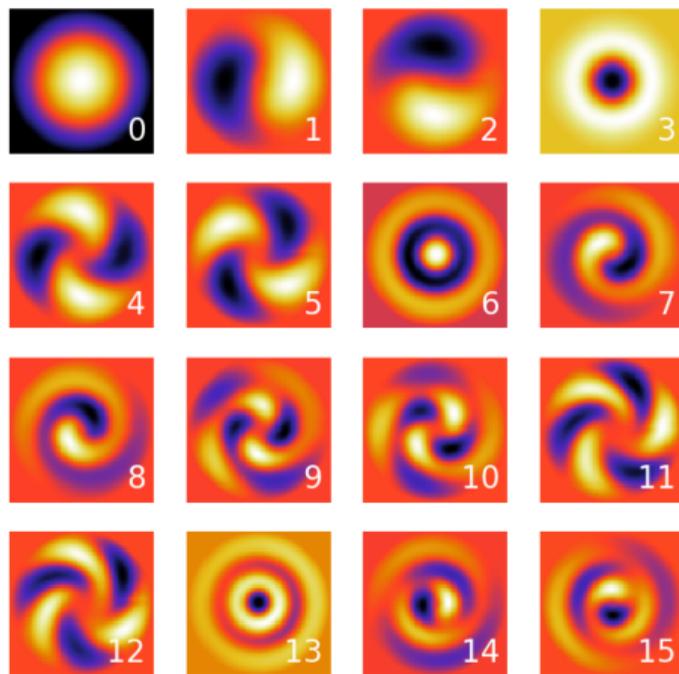
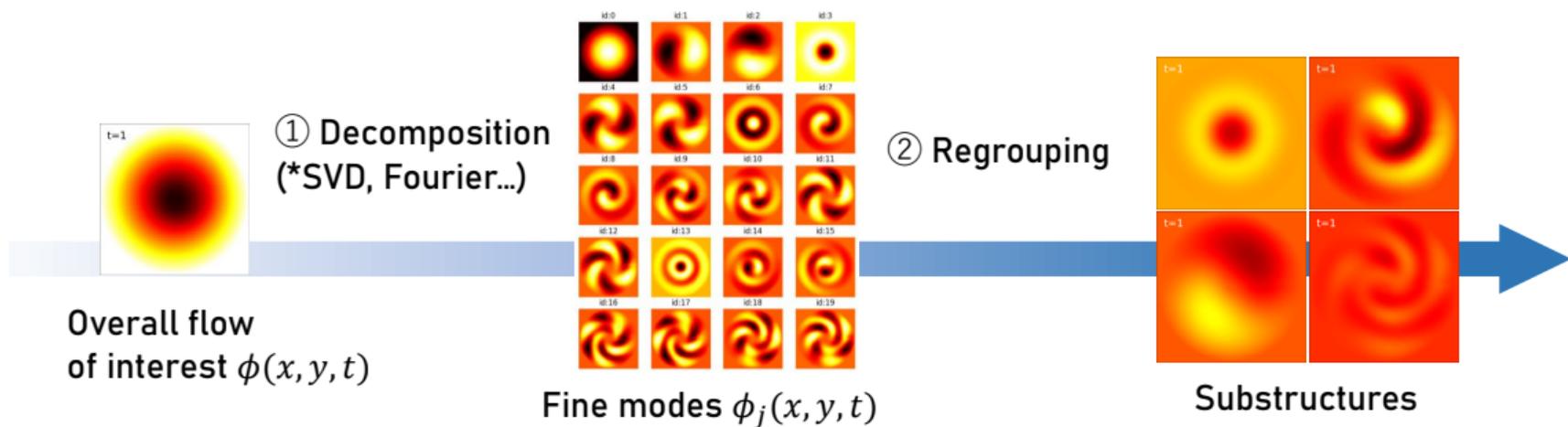


図: 背景構造 ( $j = 0$ ), Zonal ( $j = 3, 13, \dots$ ), 乱流 (それ以外)

# 手続きの概要



- ▶ 「要素の分解」(SVD/フーリエ/...)
- ▶ 「まとめあげ」(クラスタリング/特殊法...)

# まずは、とりあえずやってみた研究

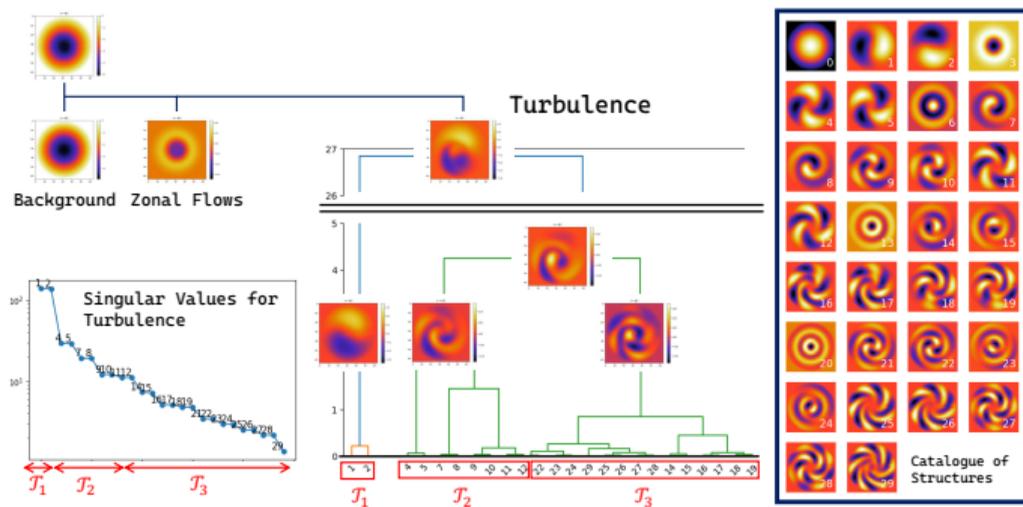
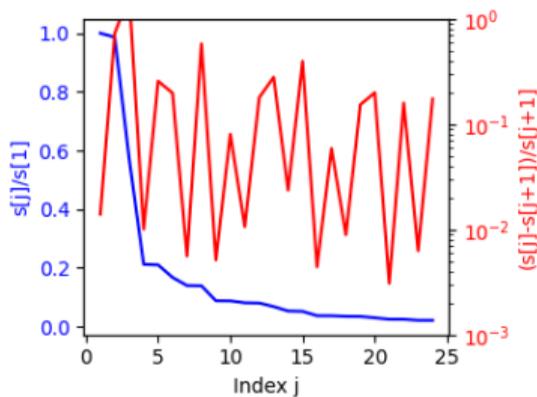


図: 乱流の分解と階層的な分類. 実際には階層型クラスタリングをかけただけ

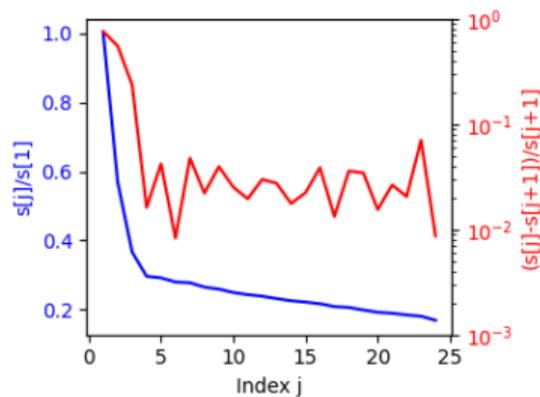
- ▶ Okuno, Kodahara, and Sasaki (Plasma and Fusion Research:RC 2024)
- ▶ 古田原さんが色々と拡張されているらしい (今年のプラ核など)

# 背景

- ▶ SVDなどで分解したモードが重複した特異値を持つ=自由度は低め.



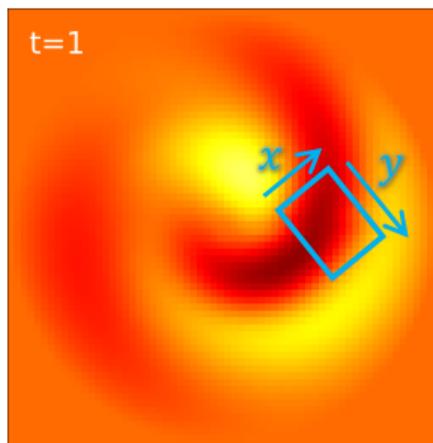
(a) 前節の乱流の特異値 (自由度低め)



(b) 今回扱う乱流の特異値 (自由度高め)

- ▶ より複雑な乱流の分解になる.
- ▶ 何かしら物理的な情報を入れて考えたい.

# 利用する座標系



微小四角形領域を切り取る. ( $x$ : radial,  $y$ : poloidal).

▶ zonal成分を引っ張り出す<sup>1</sup> :

$$\phi_{ZF}(x, y, t) = \frac{1}{y_{\max} - y_{\min}} \int \phi(x, y, t) dy.$$

<sup>1</sup>ここも数理的に気になる. 将来的にはどうにかしたい…

## 残りの成分を乱流とする

乱流成分を

$$\phi_{\text{turb}}(x, y, t) = \phi(x, y, t) - \phi_{\text{ZF}}(x, y, t)$$

として、これを分解したい。どうやるか?

- ▶ poloidal velocity of the zonal flowを

$$V[\phi_{\text{ZF}}](x, t) = \int \frac{\partial \phi_{\text{ZF}}(x, y, t)}{\partial x} dy$$

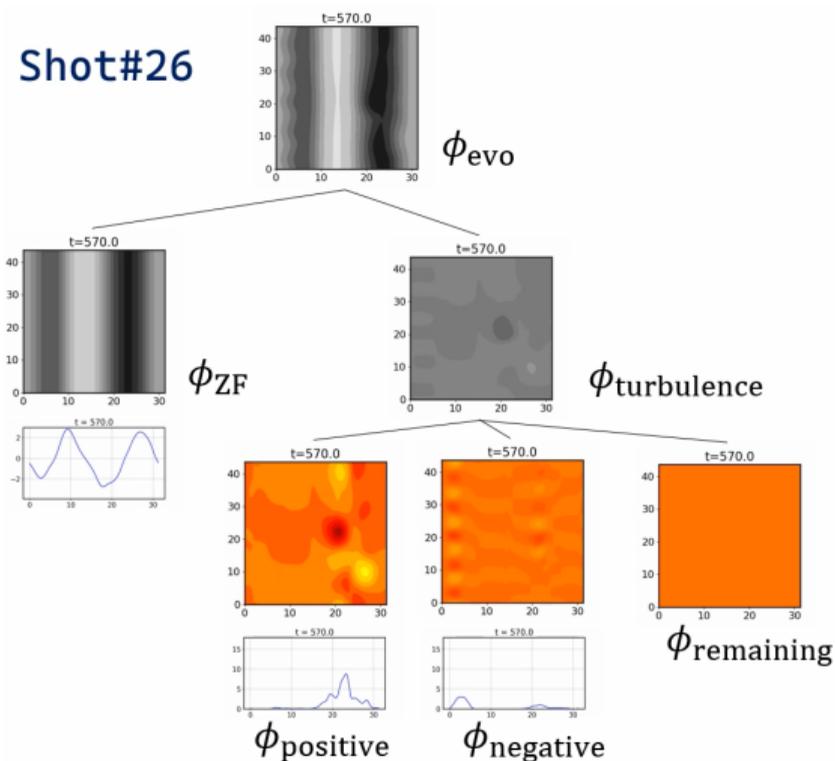
として、

### 運動エネルギー密度

$$I[\phi](x, t) = \int \left\{ \left( \frac{\partial \phi(x, y, t)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi(x, y, t)}{\partial y} \right)^2 \right\} dy. \quad (2)$$

がこのvelocityと類似するもの  $\phi_{\text{pos}}$ , 逆になるもの  $\phi_{\text{neg}}$ , その他  $\phi_{\text{rem}}$  に分解する.

# 最終的に得たい分解はこんな感じ



# エネルギー“密度”の分解

- ▶ 再掲：エネルギー密度

$$I[\phi](x, t) = \int \left\{ \left( \frac{\partial \phi(x, y, t)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi(x, y, t)}{\partial y} \right)^2 \right\} dy. \quad (3)$$

- ▶ 渦を分解する以上は，この密度も分解したい：

$$I[\phi_j + \phi_k](x, t) = I[\phi_j](x, t) + I[\phi_k](x, t) + \underbrace{\nu(x, t)}_{\text{Interaction}} \quad (4)$$

が，単純なPOD (1) だと相互作用項  $\nu(x, t)$  が残る．困る．

## (査読でツッコミを受けたので) 識者向けの補足

- ▶ 既存研究にあるとおり，勾配を使って内積

$$\langle \phi_j, \phi_k \rangle = \int \nabla \phi_j \cdot \nabla \phi_k$$

を定義したPOD (1) はエネルギー  $E[\phi](t) = \int I[\phi](x, t) dx$  を分解できるが，(radial方向の) エネルギー密度  $I[\phi](x, t)$  は分解できない<sup>2</sup>。

エネルギー密度の分解ではPODでも相互作用項  $\nu(x, t)$  が残るのだが，総エネルギーを考えると  $x$  についても積分をするので，分解可能性が成り立っていて矛盾しない：

$$E[\phi_j + \phi_k](t) - \{E[\phi_j](t) + E[\phi_k](t)\} = \int \nu(x, t) dx = \langle \phi_j, \phi_k \rangle = 0$$

---

<sup>2</sup>意外と認知されていないらしかった。

## ではどうするか?

- ▶ 直交テンソル分解  $\phi(x, y, t) = \sum_j s_j \alpha_j(x) \beta_j(y) \gamma_j(t)$ . 将来やりたい.
- ▶ (今回) 部分的なフーリエ基底展開:

$$\phi_{\text{turb}}(x, y, t) = \sum_{j \geq 0} \phi_j(x, y, t), \quad \phi_j(x, y, t) = \lambda_j(x, t) e_j(y), \quad (5)$$

(ただし  $\lambda_j(x, t) = \int \phi_{\text{turb}}(x, y, t) e_j(y) dy$ ). 離散的にはテンソル積で高速計算できる.

このとき, エネルギー密度はモードごとに分解されている:

$$I[\phi_j + \phi_k](x, t) = I[\phi_j](x, t) + I[\phi_k](x, t).$$

## 状況の整理

- (1) エネルギー密度が分解可能なモード  $\{\phi_j(x, y, t)\}_j$  が得られた:

$$\phi_{\text{turb}}(x, y, t) = \sum_j \phi_j(x, y, t), \quad I[\phi_j + \phi_k](x, t) = I[\phi_j](x, t) + I[\phi_k](x, t).$$

- (2) 互いに素な添え字集合  $\mathcal{J}_{\text{pos}}, \mathcal{J}_{\text{neg}}, \mathcal{J}_{\text{rem}} \subset \{1, 2, \dots\}$  をいい感じに作り,

$$\phi_{\text{pos}}(x, y, t) = \sum_{j \in \mathcal{J}_{\text{pos}}} \phi_j(x, y, t), \quad \phi_{\text{neg}}(x, y, t) = \sum_{j \in \mathcal{J}_{\text{neg}}} \phi_j(x, y, t)$$

のエネルギー密度  $I[\phi_{\text{pos}}](x, t), I[\phi_{\text{neg}}](x, t)$  が poloidal velocity of ZF  $V[\phi_{\text{ZF}}](x, t)$  と正/負の相関を持つようにしたい。

# 類似度の設計

- ▶ 各時点 $t$ で、エネルギー密度 $I[\phi](x, t)$ と $V[\phi_{ZF}](x, t)$ の類似度を以下で定義：

$$s[\phi](t) = s^{(0)}[\phi](t) + s^{(2)}[\phi](t),$$

$$s^{(0)}[\phi](t) = \int V[\phi_{ZF}](x, t) I[\phi](x, t) dx,$$

$$s^{(2)}[\phi](t) = \int \frac{\partial^2 V[\phi_{ZF}](x, t)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 I[\phi](x, t)}{\partial x^2} dx.$$

- ▶ こうすると、類似度 $s, s^{(0)}, s^{(2)}$ もモードごとに分解できる：

$$s[\phi_j + \phi_k](t) = s[\phi_j](t) + s[\phi_k](t), \tag{6}$$

行列

$$S = \begin{pmatrix} s[\phi_1](t_1) & s[\phi_2](t_1) & \cdots & s[\phi_J](t_1) \\ s[\phi_1](t_2) & s[\phi_2](t_2) & \cdots & s[\phi_J](t_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ s[\phi_1](t_T) & s[\phi_2](t_T) & \cdots & s[\phi_J](t_T) \end{pmatrix} = (\mathbf{s}[\phi_1], \mathbf{s}[\phi_2], \dots, \mathbf{s}[\phi_J])$$

を最初に一回計算すると，構成された

$$\tilde{\phi} = \sum_{j \in \mathcal{J}} \phi_j$$

とzonal flowとの類似度（の時系列変化）は

$\sum_{j \in \mathcal{J}} \mathbf{s}[\phi_j] \in \mathbb{R}^T$  で計算できる．毎回内積計算(積分)しなくてよい．

## 当初の思惑

- ▶ 単純に、最終的な類似度を

$$\tilde{s}[\tilde{\phi}] = \sum_{t \in T} s[\tilde{\phi}](t) = \sum_{t \in T} \sum_{j \in \mathcal{J}} s[\phi_j](t)$$

とすると、

$$\mathcal{J}_{\text{pos}} = \left\{ j : \sum_{t=1}^T s[\phi_j](t) > 0 \right\}$$
$$\mathcal{J}_{\text{neg}} = \left\{ j : \sum_{t=1}^T s[\phi_j](t) < 0 \right\}$$

となっただけよく終了・・・！のはずでしたが、得られた分解は微妙でした。

# 学習スコア的设计

色々スコアを作って試行錯誤した結果,

$$M(\mathcal{J}_{\text{pos}}, \mathcal{J}_{\text{neg}}, \mathcal{J}_{\text{rem}}) = \int \tanh \left( s^{(0)}[\phi_{\text{pos}}](t) \right) dt \quad (7)$$

$$+ \int \tanh \left( -s^{(0)}[\phi_{\text{neg}}](t) \right) dt \quad (8)$$

$$- \lambda_0 \rho \left( s^{(0)}[\phi_{\text{rem}}](t) \right) \quad (9)$$

$$+ \int \tanh \left( s^{(2)}[\phi_{\text{pos}}](t) \right) dt \quad (10)$$

$$+ \int \tanh \left( -s^{(2)}[\phi_{\text{neg}}](t) \right) dt \quad (11)$$

$$- \lambda_2 \rho \left( s^{(2)}[\phi_{\text{rem}}](t) \right), \quad (12)$$

を最大化するのが良かった.  $\rho(f(t))$ は $f(t)$ の時間方向の標準偏差.

# 遺伝的アルゴリズム

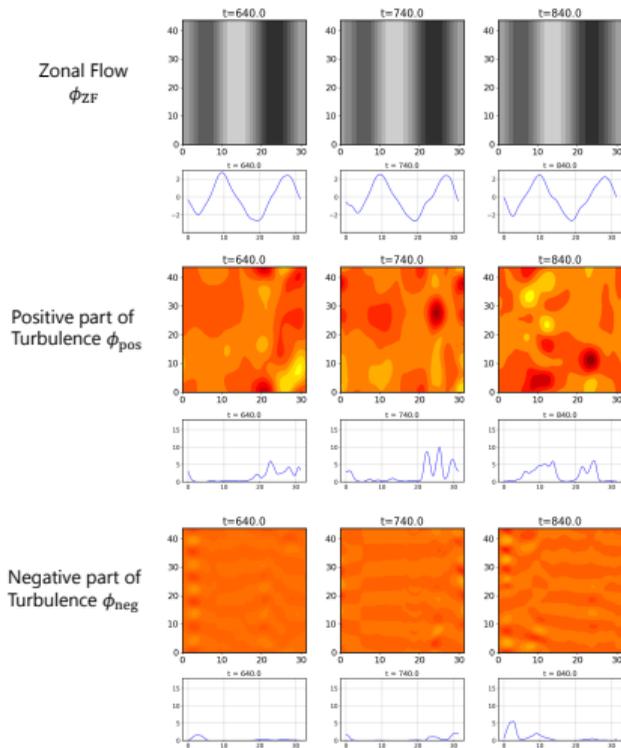
!pip install GeneticAlgorithm

- ▶ 生物が進化して環境に適合する様子を模したアルゴリズム



図: GPTに描いてもらったプラズマと“遺伝子”

- ▶ プラズマの“遺伝子”  $\mathcal{I}_{\text{pos}}, \mathcal{I}_{\text{neg}}, \mathcal{I}_{\text{rem}}$  を交配し,  
スコア  $M(\mathcal{I}_{\text{pos}}\mathcal{I}_{\text{neg}}, \mathcal{I}_{\text{rem}})$  を最大化するよう進化させる.



☒: **shot26**: zonal flowとpositive/negative structuresの時刻  $t = 640, 740, 840$  での状態.

# 総運動エネルギーの変化

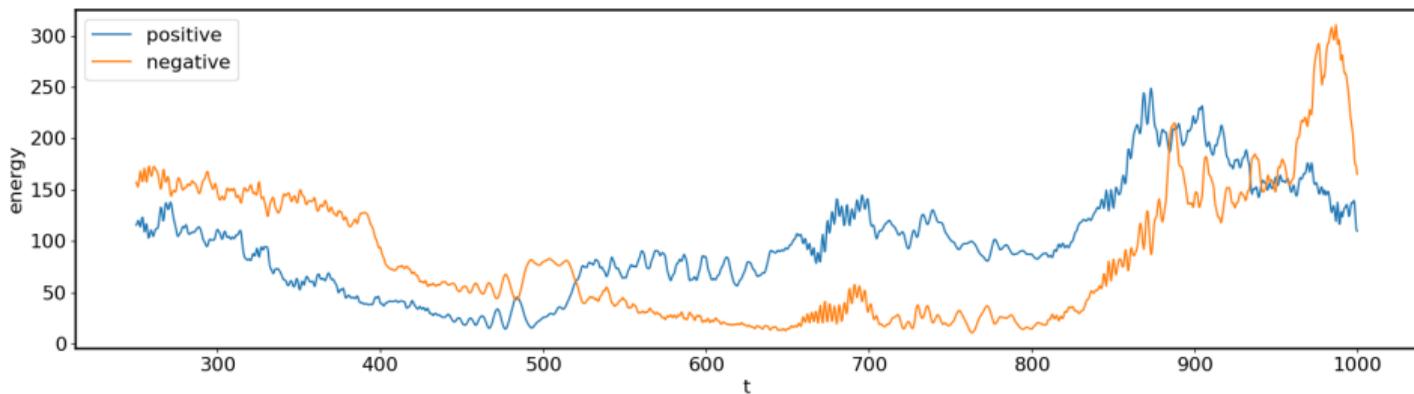


図: shot26: positive/negative structures の総エネルギー量の時系列発展. 完全に逆の位相になっていて, 全体の期間にわたって食い合いを起こす2つの乱流を分離できている.

- ▶  $\phi_{\text{pos}}(x, t), \phi_{\text{neg}}(x, t)$  の総エネルギー量が完全に逆の位相になっている.

# 総運動エネルギーの変化（似ている別shot）

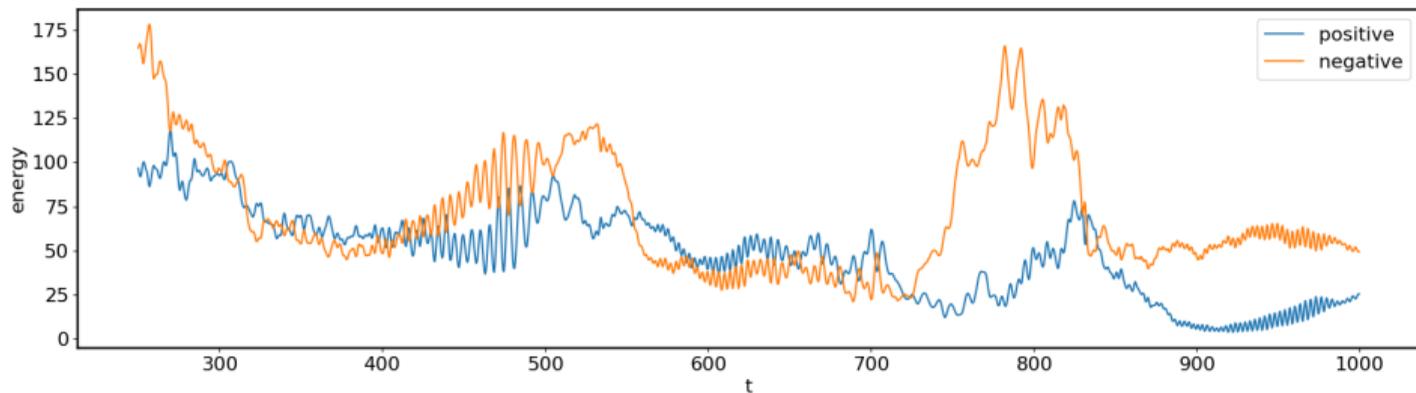


図: shot27: 別のshotでもうまく逆位相の乱流に分離できている。

- ▶ という乱流の分離を自動化することができた。
- ▶ 以上の結果が採択された：Okuno and Sasaki (Physics of Plasmas, 2025)

# 一般化して方法を作ったことによる恩恵

- ▶ 非常に拡張性が高い.

とくに,

- (1) 類似度指標を差し替えると（物理の視点から）面白そう (pending)
- (2) 3次元にすると面白そう (pending)
- (3) PANTAのデータなども差し替えればいけそう? (pending)

手法研究者と“うまく研究する”には？

## と、いいながら

- ▶ 統計学の“専門家”はかなり少ない（日本統計学会：全体の会員数1400人程度）
- ▶ 基本的には一大学に一人くらい専門家がいないか
- ▶ +それぞれ専門分野を限定していることが多い（=対応できない案件が多い）



図: ツチノコ

⇒ 手広くやれる、という条件が付くと  
同じ研究者があらゆる研究会に出てくる事態に…

# 統計界限にも是非遊びにきてください。

[4CAM]

## [12]プラズマ・核融合研究における統計的アプローチ

■ 2025年9月10日(水) 10:00 ~ 12:00 会場 (A202)(第3号舎2階)

オーガナイザー(三分一 史和(統計数理研究所)、横山 雅之(核融合科学研究所)、矢野 憲佑(統計数理研究所)、奥野 彰文(統計数理研究所) 座長(横山 雅之(核融合科学研究所))

● 10:00 ~ 10:24

[4CAM-01]

### 核融合プラズマ研究における統計的アプローチの役割と展望

○三分一 史和<sup>1</sup>、横山 雅之<sup>2,3</sup>、草場 博<sup>2,4</sup> (1. 統計数理研究所、2. 核融合科学研究所、3. 統計数理研究所(客員)、4. 統計数理研究所(兼務))

● 10:24 ~ 10:48

[4CAM-02]

### 核融合プラズマの速度分布関数のベイズ推定

○小林 達隆<sup>1,2,3</sup>、星 健夫<sup>1,2</sup>、中野 雅斗<sup>2,3</sup>、吉沼 幹朗<sup>1</sup>、原田 克巳<sup>1</sup> (1. 核融合科学研究所、2. 総合研究大学院大学、3. 九州大学応用力学研究所)

● 10:48 ~ 11:12

[4CAM-03]

### 宇宙統計加速の実験室模擬システムの開発と統計解析によるベキ則形成過程の解明

○小林 達二<sup>1</sup>、本武 隆一<sup>2</sup>、奥野 彰文<sup>3</sup>、山戸 勝雅<sup>1</sup>、田中 賢<sup>2</sup>、長崎 百伸<sup>1</sup>、船橋 道<sup>1</sup>、松山 謙之<sup>1</sup> (1. 京都大学、2. 一橋大学、3. 統計数理研究所)

● 11:12 ~ 11:36

[4CAM-04]

### プラズマ物理におけるベイズ統計の活用と発展

○徳田 博<sup>1</sup> (1. 九州大学)

● 11:36 ~ 12:00

[4CAM-05]

### 線形磁化プラズマ装置における閉じ込められたコヒーレント渦による閉欠現象の普遍性

○矢野 憲佑<sup>1</sup>、佐々木 真<sup>2</sup>、河内 祐一<sup>3</sup>、山田 琢磨<sup>4</sup>、小菅 佑輔<sup>4</sup>、藤澤 彰英<sup>4</sup> (1. 統計数理研究所、2. 日本大学、3. 名古屋大学、4. 九州大学)



## (b) 戦略プロジェクト/OML

## (a) 統計学会2025, 9月10日@関西大学

# ご興味をお持ちの方はこちらへ

- ▶ 統計数理研究所には、視野を広く持った研究者がいます。
  - ▶ 統計数理研究所：共同研究スタートアップ  
<https://www.ism.ac.jp/shikoin/startup>
  - ▶ 統計数理研究所：諸科学統計数理ラボ
  - ▶ 私の研究室ページ（異分野連携について）  
<https://okuno.net/lab/collaboration>
  - ▶ 戦略プロジェクト/OPEN MIX LAB「統計数理核融合」  
<https://statplasma.github.io/>

## 連絡先

`okuno@ism.ac.jp`